



TITLE:

# 織込部交通流の交互配置化の解析 (非線形波動現象の数理解と応用)

AUTHOR(S):

西, 遼佑; 三木, 弘史; 友枝, 明保; 西成, 活裕

---

CITATION:

西, 遼佑 ...[et al]. 織込部交通流の交互配置化の解析 (非線形波動現象の数理解と応用). 数理解析研究所講究録 2009, 1645: 202-212

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140662>

RIGHT:

## 織込部交通流の交互配置化の解析

西遼佑 (Ryosuke Nishi)<sup>1</sup> 三木弘史 (Hiroshi Miki)<sup>2</sup>  
友枝明保 (Akiyasu Tomoeda)<sup>1</sup> 西成活裕 (Katsuhiro Nishinari)<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> 東京大学大学院工学系研究科  
(Faculty of Engineering, University of Tokyo)

<sup>2</sup> さくらアカデミア株式会社  
(SAKURA ACADEMIA Co., JAPAN.)

<sup>3</sup>(独) 科学技術振興機構 さきがけ  
(PRESTO, Japan Science and Technology Corporation)

### 概要

Heavy traffic congestion daily occurs at merging sections on highway. For releasing this congestion, possibility of alternative configuration of vehicles on multiple-lane road is discussed in this paper. This is the configuration where no vehicles move aside on the other lane. It has a merit in making smooth merging at an intersection or a junction due to so-called the "zipper effect". We show, by developing a cellular automaton model for multiple lanes, that this configuration is simply achieved by local interactions between vehicles neighboring each other. The degree of the alternative configuration in terms of the spatial increase of parallel driving length is measured by using numerical simulations. Moreover, we successfully construct a theoretical method for calculating this degree of the alternative configuration by using cluster approximation. It is shown that the theoretical results coincide with those of the simulations very well.

## 1 研究背景

交通流の研究は、新しい多粒子系の力学を構築するという理学的な観点、および、渋滞を解消するという工学的な観点から、近年ますます盛んに行われている [1] [2]。交通流の基本である一車線交通流の研究は、連続モデル [3] や Cellular Automaton (CA) [4] など

で発展してきた。より複雑な合流部や織込部における流れの研究も、渋滞改善の観点から発展が期待されている。合流のある流れの先行研究としては、ゲーム理論を用いたもの [5]、Agent Based Simulation を用いたもの [6]、および Optimal Velocity Model [3] に車線間相互作用を付加したもの [7] などが挙げられるものの、いずれも、合流が行われる際のミクロな車の配置の変化を詳細に解析していない。しかしながら、車の配置関係は合流の効率を決定付けるものであり、中でも交互配置状態は、二車線上の車がかわりばんこに合流するジッパ合流を実現するため、最も効率の良い配置状態であると考えられる。ゆえに、車の配置状態を交互配置状態へと遷移することは、合流部流れを改善する上で大きな意義があると考えられる。

本研究では、二車線上の車の交互配置状態を達成する簡潔な方法を提案する。この提案の有効性を検証するために、ミクロな車線間相互作用を付加した際の、二車線上の車の配置の変化を解析する。解析に当たり、CA による Simulation と、Cluster 近似による理論解析を行う。二車線間のミクロな相互作用は、Multiple Lanes Stochastic Optimal Velocity (MLSOV) model と呼ぶ CA モデルを用いて表現する。このモデルは、Stochastic Optimal Velocity (SOV) model [8] に車線間相互作用を付加したものである。

## 2 交通流モデル

ここでは、MLSOV model について説明する。この複数車線モデルの基礎として SOV model を選定した理由は、SOV model が、現実の交通データで観測されるメタ安定状態を再現する最も簡潔なモデルの一つだからである [8]。MLSOV model は、二車線上の車の配置の変化を、一方の車線上の車が反対車線の車を見ながら運転することで起こる現象であると想定する。なお、本研究では合流前の車の交互配置化達成のみに注目しているため、二車線間の車線変更は考慮されていない。このモデルにおいて、車  $i$  は、直前 cell が空の場合のみ、1step の時間に確率  $v_i^t$  で 1cell だけ移動する (図 1)。

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_i^t + 1, & \text{with probability } v_i^t \\ x_i^t, & \text{with probability } 1 - v_i^t, \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $x_i^t$  は時刻  $t$  における車  $i$  の位置である。 $v_i^t$  は intension と呼ばれる物理量 [8] であり、 $0 \leq v_i^t \leq 1$  のように規格化されている。車  $i+1$  は、車  $i$  と同じ車線上の  $\Delta x_{1,i}^t$  cell だけ前方に位置している。 $\Delta x_{1,i}^t = 0$  は、車  $i$  の直前に車  $i+1$  が存在することを意味する。

MLSOV model における  $v_i^t$  の時間発展は、車  $i$  および車  $i+1$  だけではなく、車  $i$  より

も  $\Delta x_{2,i}^t$  cell だけ前方に位置する隣接車線上の車  $j+1$  によっても決定される。 $\Delta x_{2,i}^t = 0$  は、車  $i$  の真横に車  $j+1$  が存在することを意味する。 $v_i^t$  は、下記のように与えられる。

$$v_i^{t+1} - v_i^t = a \{V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t) - v_i^t\}, \quad (2)$$

ここで、 $V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t)$  は二車線 Optimal Velocity(OV) 関数 [3] であり、その引数たる自車線車間距離  $\Delta x_{1,i}^t$  ならびに隣接車線車間距離  $\Delta x_{2,i}^t$  に対する理想速度を表す。 $v_i^t$  は反応パラメータ  $a(0 \leq a \leq 1)$  を介して、 $V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t)$  に近づくように時間変化する。簡単のために、車  $i+1$  が存在しない場合は  $\Delta x_{1,i}^t = \infty$ 、車  $j+1$  が存在しない場合は  $\Delta x_{2,i}^t = \infty$  と定義する。

本稿では、 $V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t)$  の具体的な表現として、

$$V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t) = \begin{cases} 0, & \Delta x_{1,i}^t = 0 \\ r, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t = 0 \\ q, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t = 1 \\ p, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t \geq 2. \end{cases} \quad (3)$$

を用意する。この簡潔な  $V(\Delta x_{1,i}^t, \Delta x_{2,i}^t)$  は、後述で示すように、交互配置化を十分実現しうる。

なお、 $v_i^t$  の時間発展として、下記のように特殊な二つの場合が考えられる。第一に、 $a = 0$  の場合は、MLSOV model は単車線の Asymmetric Simple Exclusion Process (ASEP) [9] に相当する。初期条件を  $v_i^0 = p$  とした場合に、 $v_i^t$  は

$$v_i^t = p \quad (4)$$

のように与えられる。これは可解であり、定常状態の厳密解を構成することができる。各車は、隣接車線上の車と相互作用せずに一定の intension で走行する。第二に、 $a = 1$  の場合は、MLSOV model は二車線の Zero Range Process (ZRP) [10] に相当する。(3) に従うと、 $v_i^t$  は

$$v_i^t = \begin{cases} 0, & \Delta x_{1,i}^t = 0 \\ r, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t = 0 \\ q, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t = 1 \\ p, & \Delta x_{1,i}^t \geq 1 \text{ and } \Delta x_{2,i}^t \geq 2. \end{cases} \quad (5)$$

のように与えられる。

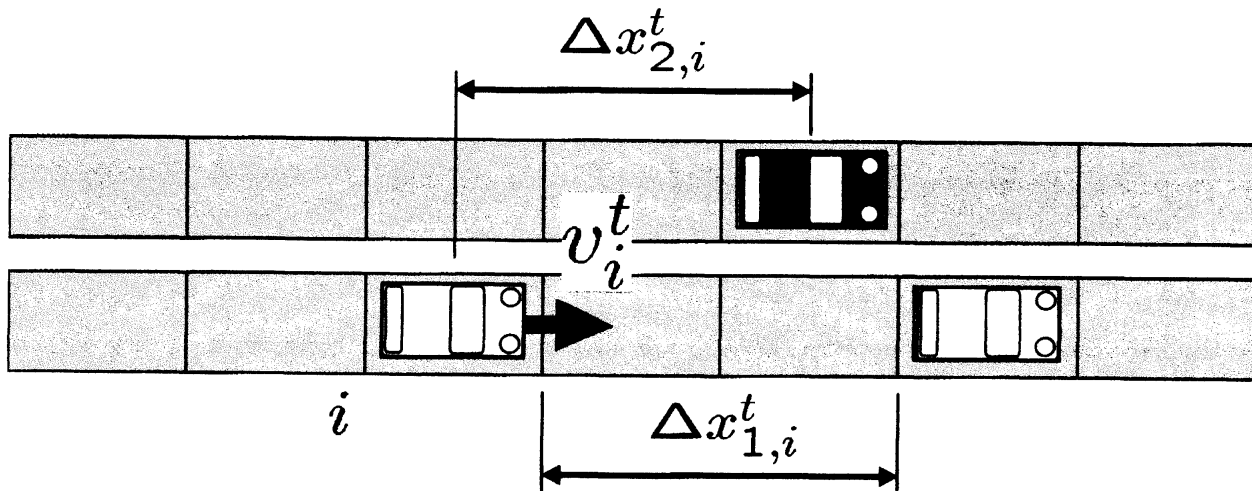


図 1 The movement of  $i$ -th vehicle obeying MLSOV model.  $i$ -th vehicle on each lane moves one cell in front in one time step with probability  $v_i^t$  at time  $t$  provided that the next cell is empty.  $\Delta x_{1,i}^t$  is the distance between  $i$ -th vehicle and the nearest vehicle ahead of it on the same lane,  $\Delta x_{2,i}^t$  is the distance between  $i$ -th vehicle and the nearest vehicle ahead of it on the opposite lane.

### 3 Simulation

本研究における合流を改善する方法は、図 2 (a)-(b) のように二車線間に区画線を引くことである。この区画線は車の車線変更を禁ずる線であり、両者線上の車の相互作用に用いられ、車を交互配置化を引き起こすと期待される。すると、この交互配置化により、乱雑な車線変更が効率的な車線変更に移移すると期待される。

区画線を引いた箇所は、図 2 (c) のように cell 状に区切られる。cell の大きさは一定であり、一つの cell に存在できる車の台数は一台までとする。境界条件は両端開放条件であり、update は parallel update を用いる。各車は左端から流入し、車線変更せずに右端から流出する。車線変更はしないながらも、各車は反対車線上の車の動きを見て相互作用する。Simulation にあたり、最も交互配置化から離れた左端流入条件を採用し、交互配置化の評価を行う。これは、左端  $x = 0$  の両車線上の cell が空の場合のみ、確率  $\alpha$  で二車線に同時に流入する条件である。他のパラメータは、図 2 中に定義される。各 lane  $j(j = 1, 2)$  の cell 数は  $d$  であり、左端は  $x = 0$ 、右端は  $x = d - 1$  である。右端流出確率は、 $\beta_j$  である。

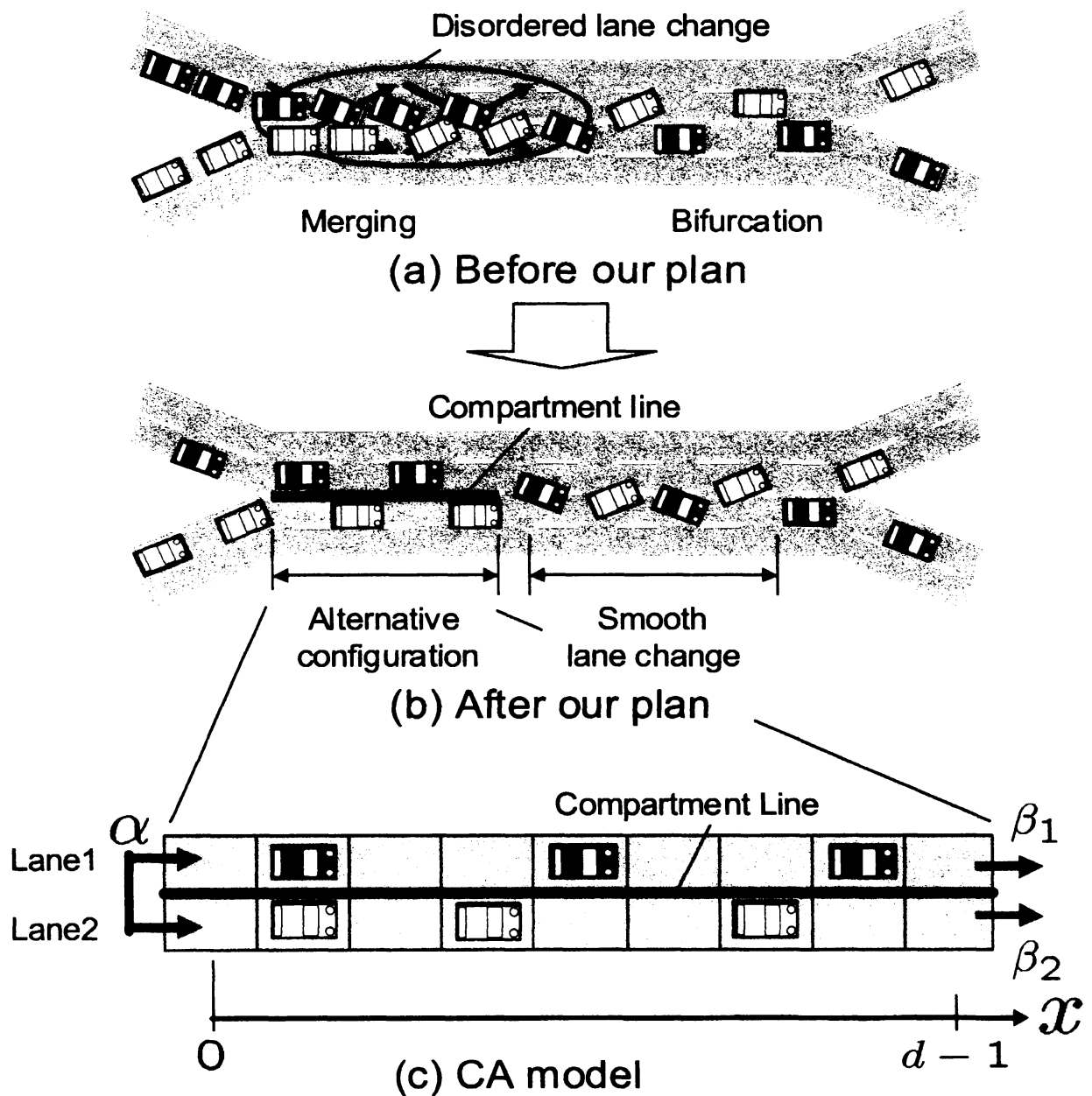


图 2 (a) 一个在实施我们的计划之前交通流在交织路段的例子。在交织路段，无序的车道变换导致交通拥堵。 (b) 一个在实施我们的计划之后交通流的例子。该线禁止车辆变换车道，并预期通过实现替代配置来使车道变换变得平滑。 (c) 包含该线的两车道 CA 模型。每个车辆同时在  $x=0$  处进入两个车道，概率为  $\alpha$ ，并在  $x=d-1$  处离开，概率为  $\beta_i$  ( $i=1,2$ )。

続いて、Simulation における測定量を定義する。交互配置化の物理量として、*Geminity*( $Ge$ ) を定義する。 $Ge$  は座標  $x$  の関数であり、 $Ge(k)$  は、 $x = k$  に車が存在する場合に、そのような車の中でどれだけの車が交互配置状態、すなわち、 $\Delta x_{1,i}^t \geq 1$  かつ  $\Delta x_{2,i}^t \geq 2$  の状態を達成しているのかを表現する。 $Ge(k)$  は、図 3 のような  $x = (k, k+1)$  における 10 状態  $S(j)$  ( $j = 1, \dots, 10$ ) を数え上げて計算される。なお、二車線間の対称性は考慮されている。10 状態のうちで、 $x = k$  に車が存在するものは  $S(n)$  ( $n = 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ) である。そのうちで、完全な交互配置状態 (図 4) が達成されるのは  $S(3)$  のみである。ゆえに、 $Ge(k)$  は、 $c(j)_k$  を  $S(j)$  が数え上げられた回数として、

$$Ge(k) = c(3)_k / (c(3)_k + c(5)_k + c(6)_k + c(7)_k + c(8)_k + c(9)_k + c(10)_k). \quad (6)$$

のように与えられる。 $0 \leq Ge(k) \leq 1$  であり、 $Ge(k)$  が 1 に近いほど  $x = k$  における交互配置の達成度は高い。

$x = k, x = k + 1$

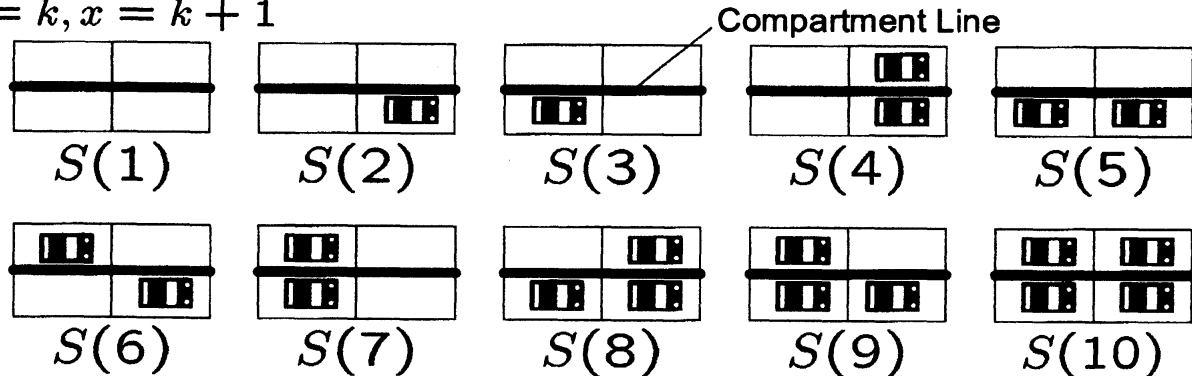


図 3 10 kinds of the state labelled by  $S(n)$  in the four cells at  $x = \{k, k+1\}$ .  
The symmetry between lane 1 and lane 2 is taken into account.

この  $Ge$  を定義した上で、 $Ge(x)$  versus  $x$  を Simulation で出力する。Simulation 条件は、下記の通りである。OV 関数のパラメータを、 $p = 1$  および  $(q, r) = (0.99, 0.99), (0.8, 0.8), (0.5, 0.5)$  のように三種類設定する。 $p > q = r$  であるから、車は、隣接車線上の車がいると確率的な減速を起こすように設定されている。5 種類の反応パラメータを、 $a = (0, 0.001, 0.01, 0.1, 1)$  のように用意する。各 lane の cell 数は、 $d = 100$  とする。左端での並走流入確率は、 $\alpha = 0.05$  とする。右端流出確率  $\beta_i$  ( $i = 1, 2$ ) は、右端における各車の intension とする。これらの境界条件では、流れは常に自由流に保たれる。同一条件での Simulation 回数は 10 回に設定し、各 Simulation での測定時間

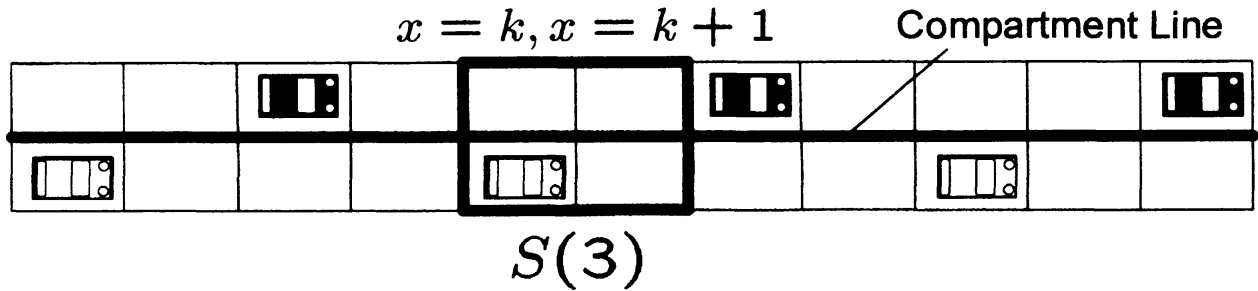


図 4 The perfect alternative configuration on the two-lane road. When at least one vehicle exists at  $x = k$ , only  $S(3)$  represents this perfect alternative configuration.

帯は、 $100000 \leq t < 200000$  とする。

Simulation 結果を図 6 に示す。 $a = (0.001, 0.01, 0.1, 1)$  の場合は、 $Ge(x)$  は 0 から 1 まで単調増加し、 $a = 0$  の場合は  $Ge(x)$  は一定値 0 をとる。 $a$  が大きくなるほど、また、 $q(=r)$  が小さくなるほど、 $Ge(x)$  は鋭く増加する。

図 6 は、空間軸に対して交互配置化が達成されていく様子を明確に示してる。この空間方向の交互配置化は、 $\Delta x_{2,i}^t \leq 1$  の範囲における局所的な二車線間相互作用のみで達成されている。反応パラメータ  $a$  と  $Ge(x)$  の増加の鋭さとの関係から、各車が隣接車線上の車にすばやく反応するほど、完全な交互配置化を達成するために必要な区画線の長さが短くなることが読み取れる。また、 $q$  と  $Ge(x)$  との関係から、 $\Delta x_{2,i}^t \leq 1$  の場合の減速が大きいほど、完全な交互配置化を達成するために必要な区画線の長さが短くなることが読み取れる。

## 4 Cluster 近似

Simulation だけではなく、二車線道路全体の定常状態を近似計算することで、車の配置の空間変化を評価することを試みる。この近似計算では、Cluster 近似を用いる。この近似では、図 2 (c) 中の二車線道路を、 $x = (k, k + 1) (k = 0, 1, 2, \dots, d - 2)$  における 4cell に分割する。この 4cell を  $C_k$  とおき、 $C_k$  の定常配置状態を計算する。その計算にあたり、時刻  $t$  における  $C_k$  の状態ベクトルを  $\Pi_k^t = \{\Pi(1)_k^t, \Pi(2)_k^t, \dots, \Pi(10)_k^t\}$  と定義する。ここで、 $\Pi(n)_k^t$  ( $1 \leq n \leq 10$ ) は、時刻  $t$  において  $C_k$  が状態  $S_n$  を取る確率である。 $C_k$  における状態遷移は、状態遷移行列  $\mathbf{P}_k$  を介して下記のように与えられる。

$$\Pi_k^{t+1} = \mathbf{P}_k \Pi_k^t. \quad (7)$$



従って、 $C_k$  における定常状態  $\Pi_k^\infty$  は、

$$\Pi_k^\infty = P_k \Pi_k^\infty \quad (8)$$

の解として与えられる。

$P_k$  を構成し、 $\Pi_k^\infty$  を計算する順序は下記のように与えられる。

順序 (1)  $P_0$  を構成し、 $\Pi_0^\infty$  を得る

順序  $(i+1)$   $P_i$  を構成し、 $\Pi_i^\infty$  を得る

$(1 \leq i \leq d-3)$

順序  $(d-1)$   $P_{d-2}$  を構成し、 $\Pi_{d-2}^\infty$  を得る

この順序で道路全体の定常状態を構成するためには、 $P_k$  を構成する際に近似を施す必要がある。なぜならば、 $P_k$  は、まだ計算されていない  $\Pi_{k+1}^\infty$  に依存するからである。具体的には、図 5 のように  $P_0$  は左端流入条件と  $\Pi_1^\infty$  とに依存し、 $P_k$  ( $k = 1, 2, \dots, d-3$ ) は  $\Pi_{k-1}^\infty$  と  $\Pi_{k+1}^\infty$  とに依存し、 $P_{d-2}$  は  $\Pi_{d-3}^\infty$  と右端流出条件とに依存する。これらの依存関係を、 $P_0 = P_0(\alpha, \Pi_1^\infty)$ ,  $P_k = P_k(\Pi_{k-1}^\infty, \Pi_{k+1}^\infty)$  ( $k = 1, 2, \dots, d-3$ ),  $P_{d-2} = P_{d-2}(\Pi_{d-3}^\infty, \beta)$  のように表現する。

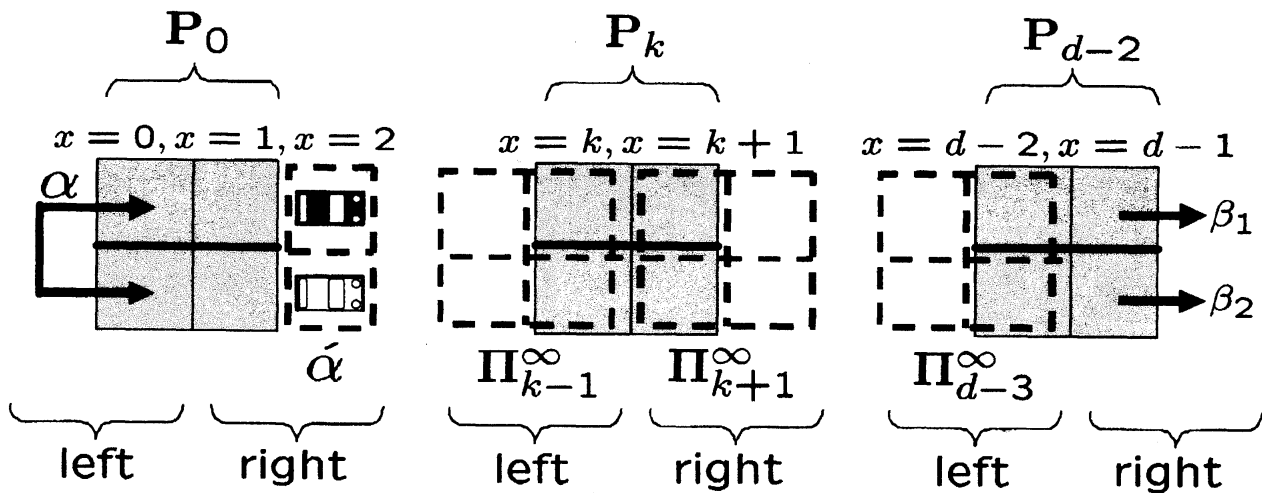


図 5 The B.C. of each  $P_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, d-2$ ). The right B.C. of  $P_0$  is approximated as a pair of vehicles existing on both cells at  $x = 2$  with probability  $\hat{\alpha}$ .  $\hat{\alpha}$  is approximated as  $\hat{\alpha} = \alpha/(1 + \alpha)$  which is the expected density of the loss system. The right B.C. of  $P_k$  ( $1 \leq k \leq d-3$ ) is the stationary state of  $C_{k+1}$  which is approximated by  $\Pi_{k-1}^\infty$ .

ゆえに、既知の計算値のみを用いて、近似的に  $P_k$  を構成する。まず、 $P_0(\alpha, \Pi_1^\infty)$  を

$\Pi_1^\infty$  を用いずに構成する。 $x = 2$  における定常状態を近似的に与えることで、 $P_0$  を構成することが可能になる。そこで、 $x = 2$  における定常状態を、二車線ともに車が確率  $\tilde{\alpha}$  で存在すると仮定する。この仮定は、 $x = 0$  に二車線同時に流入してから、まだ並んだままの状態が  $x = 2$  に達していることを意味する。 $\tilde{\alpha}$  の値は、呼損系における存在確率の期待値  $\tilde{\alpha} = \alpha/(1 + \alpha)$  として与える。すると、 $P_0(\alpha, \Pi_1^\infty)$  は  $P_0(\alpha, \tilde{\alpha})$  のように近似される。次に、 $P_k(\Pi_{k-1}^\infty, \Pi_{k+1}^\infty)$  ( $k = 1, 2, \dots, d-3$ ) を  $\Pi_{k+1}^\infty$  を用いずに構成する。 $x = (k+1, k+2)$  における定常状態を近似することで、 $P_k$  を構成することが可能になる。そこで、 $x = (k+1, k+2)$  における定常状態を、既知の  $x = (k-1, k)$  における定常状態  $\Pi_{k-1}^\infty$  で代用する。すると、 $P_k(\Pi_{k-1}^\infty, \Pi_{k+1}^\infty)$  は  $P_k(\Pi_{k-1}^\infty, \Pi_{k-1}^\infty)$  のように近似される。

以上より、上述の計算順序で  $P_k$  を構成し、 $\Pi_k^\infty$  を計算することが可能になる。この  $P_k$  の構成方法そのものは単純であるが、生成される  $P_k$  は非常に複雑であるため、本稿では書き下さず、参考文献 [11] に掲載する。

得られた定常状態  $\Pi_k^\infty$  を用いて、 $x = k$  における定常状態での交互配置程度  $Ge_k^\infty$  を定義する。 $Ge_k^\infty$  は、下記のように与えられる。

$$Ge_k^\infty = \Pi(3)_k^\infty / (\Pi(3)_k^\infty + \Pi(5)_k^\infty + \Pi(6)_k^\infty + \Pi(7)_k^\infty + \Pi(8)_k^\infty + \Pi(9)_k^\infty + \Pi(10)_k^\infty). \quad (9)$$

Simulation における  $Ge(x)$  と同様に、 $0 \leq Ge_k^\infty \leq 1$  であり、 $Ge_k^\infty$  が 1 に近いほど、 $x = k$  における定常状態での交互配置化は高く達成されている。

以上の定義を踏まえて、 $Ge_x^\infty$  versus  $x$  を出力し、Cluster 近似による交互配置程度の空間変化を見る。Cluster 近似の条件は、Simulation 条件と同様に設定する。

結果を Simulation 結果とともに図 6 に示す。Cluster 近似の結果  $Ge_x^\infty$  は、Simulation 結果  $Ge(x)$  とよく一致している。様々な  $a$  や  $q$  に対してこの一致性が見られることから、この Cluster 近似が、交互配置度を達成するための良い理論近似であることが示唆される。これらの計算結果は、交互配置化の達成するための区画線の長さを知る上で、道路設計上大きな意義があると考えられる。

## 5 結論

本研究では、二車線間で車の交互配置化を励起する簡潔な方法を提案した。MLSOV model を用いて Simulation を行った結果、ミクロな車線間相互作用によってマクロな交互配置化が達成されることを見出した。この交互配置化の達成は、交通工学において交互合流を達成する上で大きな意義があると考えられ、かつ、Cluster 近似による理論的な支

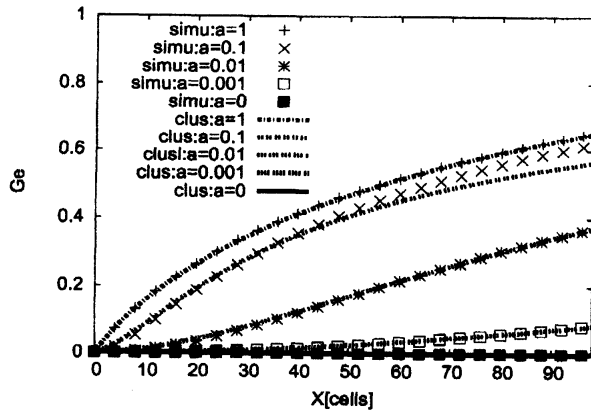
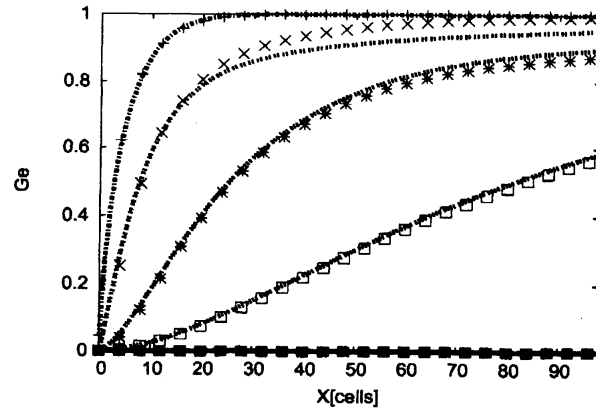
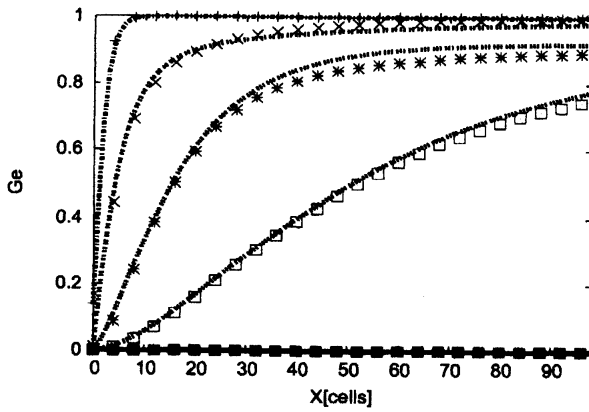
(a)  $Ge$  versus  $x$ ,  $q = r = 0.99$ (c)  $Ge$  versus  $x$ ,  $q = r = 0.8$ (c)  $Ge$  versus  $x$ ,  $q = r = 0.5$ 

図6  $Ge$  versus  $x$  obtained from simulations represented by points, and from the four cluster approximation represented by lines. Both results agree with each other very well.  $Ge(x)$  increases monotonically as  $x$  increases, and the increase of  $Ge$  becomes sharper as  $a$  becomes larger.

持も得られている。今後は、近似理論解析のみでなく、厳密的な理論解析を行い、車線間相互作用の理解を深める必要がある。

## 参考文献

- [1] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. 73 1067 (2001).
- [2] D. Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, Phys. Rep. 329, 199 (2000).
- [3] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E 51, 1035 (1995).
- [4] M.R. Evans, N. Rajewsky and E.R. Speer, J. Stat. Phys. 95, 45 (1999).

- [5] H.Kita, Transportation Research Part A 33 3, 305-312 (1999).
- [6] P.Hidas, Transportation Research Part C 13 37-62 (2005).
- [7] L.C. Davis, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications Volume 361, Issue 2, Pages 606-618 (2006).
- [8] M. Kanai, K. Nishinari, and, T. Tokihiro, Phys. Rev. E 72, 035102(R) (2005).
- [9] B. Derrida, E. Domany and D. Mukamel, J. Stat. Phys. 69, 667 (1992).
- [10] F. Spitzer, adv. Math. 5 246-290 (1970).
- [11] R. Nishi, Master Thesis in the University of Tokyo, 2008, in preparation.